Leyes de Kepler

Enzo De Bernardini · Astronomía Sur · http://astrosurf.com/astronosur

El astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630) formuló las tres famosas leyes que llevan su nombre después de analizar un gran número de observaciones realizadas por Tycho Brahe (1546-1601) de los movimientos de los planetas, sobre todo de Marte.

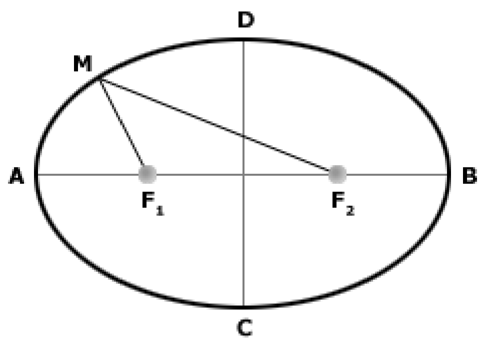
Kepler, haciendo cálculos sumamente largos, encontró que había discrepancias entre la trayectoria calculada para Marte y las observaciones de Tycho, diferencias que alcanzaban en ocasiones los 8 minutos de arco (las observaciones de Tycho poseían una exactitud de alrededor de 2 minutos de arco)

Estas diferencias lo llevaron a descubrir cual era la verdadera órbita de Marte y los demás planetas del Sistema Solar.

1ra ley - Órbitas elípticas

Las órbitas de los planetas son elipses que presentan una pequeña excentricidad y en donde el Sol se localiza en uno de sus focos.

Una elipse es básicamente un círculo ligeramente aplastado. Técnicamente se denomina elipse a una curva plana y cerrada en donde la suma de la distancia a los focos (puntos fijos, F_1 y F_2) desde uno cualquiera de los puntos M que la forman es constante e igual a la longitud del eje mayor de la elipse (segmento AB). El eje menor de la elipse es el segmento CD, es perpendicular al segmento AB y corta a este por el medio.



La excentricidad es el grado de aplastamiento de la elipse. Una excentricidad igual a cero representa un círculo perfecto. Cuanto más grande la excentricidad, mayor el aplastamiento de la elipse. Órbitas con excentricidades iguales a uno se denominan parabólicas, y mayores a uno hiperbólicas.

La excentricidad de la elipse puede calcularse de la siguiente manera:

$$\mathbf{e = F_1F_2 / AB}$$

Donde e es la excentricidad, F_1F_2 es a distancia entre los focos y AB es el eje mayor de la elipse. Si la distancia entre los focos F_1F_2 es cero, como en el caso del círculo, la excentricidad da como resultado cero.

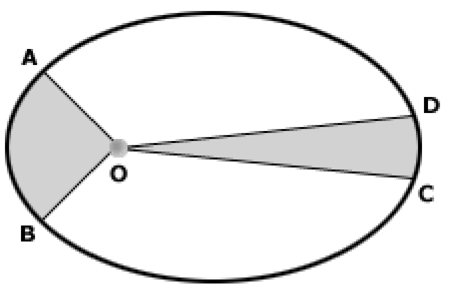
Las órbitas de los planetas son elípticas, presentando una pequeña excentricidad. En el caso de la Tierra el valor de la excentricidad es de 0.017, el planeta de mayor excentricidad es Plutón con 0.248, y le sigue de cerca Mercurio con 0.206.

2^{da} ley - Ley de las áreas

Las áreas barridas por el radio vector que une a los planetas al centro del Sol son iguales a tiempos iguales.

La velocidad orbital de un planeta (velocidad a la que se desplaza por su órbita) es variable, de forma inversa a la distancia al Sol: a mayor distancia la velocidad orbital será menor, a distancias menores la velocidad orbital será mayor. La velocidad es máxima en el punto más cercano al Sol (perihelio) y mínima en su punto más lejano (afelio).

El radio vector de un planeta es la línea que une los centros del planeta y el Sol en un instante dado. El área que describen en cierto intervalo de tiempo formado entre un primer radio vector y un segundo radio vector mientras el planeta se desplaza por su órbita es igual al área formada por otro par de radio vectores en igual intervalo de tiempo orbital.



En el gráfico superior: el tiempo que le toma al planeta recorrer del punto A al punto B de su órbita es igual al tiempo que le toma para ir del punto C al D, por tanto, las áreas marcadas OAB y OCD son iguales. Para que esto suceda, el planeta debe desplazarse más rápidamente en las cercanías del Sol (en el foco de la elipse, punto O del gráfico)

3ra ley - Ley armónica

Los cuadrados de los períodos orbitales sidéreos de los planetas son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol.

El período sidéreo se mide desde el planeta y respecto de las estrellas: está referido al tiempo transcurrido entre dos pasajes sucesivos del Sol por el meridiano de una estrella.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{d_1^3}{d_2^3}$$

Donde T_1 y T_2 son los períodos orbitales y d_1 y d_2 las distancias a las cuales orbitan del cuerpo central. La fórmula es válida mientras las masas de los objetos sean despreciables en comparación con la del cuerpo central al cual orbitan.

Para dos cuerpos con masas m_1 y m_2 y una masa central M puede usarse la siguiente fórmula:

$$\frac{T_1^2 \,.\, (M + m_1)}{T_2^2 \,.\, (M + m_2)} = \frac{d_1^3}{d_2^3}$$

Esta ley fue publicada en 1614 en la más importante obra de Kepler, "Harmonici Mundi", solucionando el problema de la determinación de las distancias de los planetas al Sol. Posteriormente Newton explicaría, con su ley de gravitación universal, las causas de esta relación entre el período y la distancia.

Ejemplo:

Supongamos que queremos calcular la distancia entre Sol y Marte. Sabemos que su período orbital es de 1.8809 años. Luego necesitamos tener una referencia conocida, la cual puede ser la Tierra (ya que también órbita al Sol), con un período orbital de 1 año y a una distancia de 1 U.A. (Unidad Astronómica, distancia media entre el Sol y la Tierra).

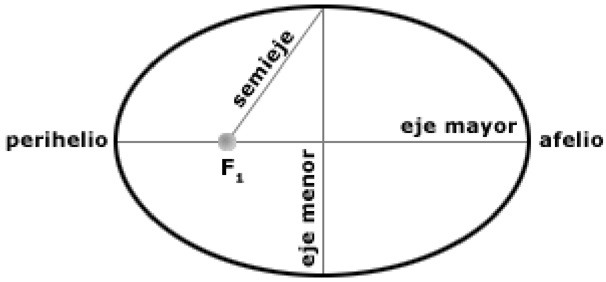
Utilizando la tercera ley de Kepler y sin tomar en cuenta las masas de los cuerpos involucrados, podemos calcular el semieje de la órbita de Marte en U.A.:

$$\frac{1^2}{1.8809^2} = \frac{1^3}{d_2^3}$$

Despejando D2 tenemos que:

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{1.8809^2 . 1^3}{1^2}}$$

El cálculo nos da como resultado **1.5237** U.A. De la misma manera puede calcularse la distancia o el período orbital de los demás planetas.



Pero la órbita de Marte es una elipse, por tanto el cálculo nos da el semieje de la órbita (ver gráfico de ejemplo, excentricidad exagerada para mayor claridad). Para calcular el perihelio y el afelio debe introducirse la excentricidad en la ecuación:

Perihelio = a . (1 - e)

Afelio = a . (1 + e)

Donde a es el resultado de nuestro cálculo anterior (semieje), y e representa la excentricidad orbital del planeta, 0.093 en el caso de Marte. Reemplazando y calculando:

Perihelio = 1.5237 . (1 - 0.093) = 1.3819 U.A.

Afelio = 1.5237 . (1 + 0.093) = 1.6654 U.A.

El calculo se acerca bastante a los datos reales del planeta (1.381 y 1.666 para el perihelio y afelio, respectivamente).

Podemos calcular también la longitud de los ejes. El eje mayor es, lógicamente, la suma entre la distancia en el perihelio y el afelio: unas 3.0473 U.A. La longitud del eje menor puede calcularse de la siguiente manera:

$$b = a\sqrt{1 - e^2}$$

Donde b es la longitud del semieje menor (o sea, la mitad del eje menor), a el semieje de la órbita y e la excentricidad orbital. Calculando con los datos anteriores, tenemos que la longitud del semieje menor es de 1.5171 U.A., lo cual parece lógico al pensar que debe ser mayor que la distancia en el perihelio y menor que la distancia en el afelio. La longitud del eje menor es 1.5171 x 2 = 3.0342 U.A.

Debe notarse que al calcular el semieje, se está calculando la distancia entre los centros de ambos cuerpos. En el caso de los planetas la diferencia es mínima (un radio planetario más un radio solar) entre el cálculo de la distancia entre los centros y las superficies, pero en el caso de un satélite artificial, la diferencia entre la distancia en el perigeo y el radio vector en ese momento es de un radio planetario (6378 km. en el caso de la Tierra), algo bastante significativo en comparación con la altitud de la órbita del satélite.

Fuentes

- "Elementos de Cosmografía", F. Charola, Kapelusz 1959.

- Notas personales (UNLP, 1998)

...