

podrían compararse directamente con las posiciones CCD, pero al disponer de un conjunto completo de cuatro placas contemporáneas de buena calidad y en el mismo sistema de ecuación de magnitud, preferimos promediar las cuatro placas antes de efectuar la comparación con la CCD, para de este modo reducir el ruido provocado por errores posicionales aleatorios.

Seudo-placa CCD y ecuación de magnitud de la placa patrón

La comparación de la placa moderna promedio con los datos astrométricos CCD se llevó a cabo de manera independiente para cada uno de los 30 campos CCD individuales. Para ello tomamos las posiciones estelares dadas por el algoritmo FIND de DAOPHOT (Stetson 1987). En la mayoría de ocasiones se disponía de dos exposiciones diferentes de cada campo (larga y corta, tal y como se describe en el capítulo 2). En estos casos se adoptaron las posiciones procedentes de la toma larga, salvo para estrellas saturadas, cuyas posiciones se tomaron de la exposición corta y se convirtieron al sistema de referencia de la larga por medio de una traslación de coordenadas. Esta traslación se determinó utilizando todas las estrellas no saturadas en común entre ambas tomas, larga y corta.

A continuación, cada campo CCD se transformó al sistema de referencia de la placa moderna promedio utilizando un polinomio completo bidimensional sin términos dependientes de la magnitud. El número medio de estrellas en común entre un campo CCD y la placa fotográfica es de 88. Como los campos CCD se superponen ligeramente en los bordes, la comparación de las diferentes coordenadas transformadas obtenidas para estrellas en las regiones de superposición permiten evaluar de modo realista la precisión absoluta de las posiciones estelares resultantes. Un total de 735 estrellas estuvieron contenidas en más de un campo CCD. Las distintas posiciones transformadas para 14 de ellas difirieron en más de $2 \mu\text{m}$ ($0.13''$) en x , en y o en ambas coordenadas, en el sistema de referencia de la placa patrón. Para las otras 721 estrellas, las diferencias de sus posiciones mostraron una desviación estándar de $0.41 \mu\text{m}$ ($0.027''$) tanto en x como en y .

Un resultado interesante del proceso descrito es que permite disponer de las posiciones de todas las estrellas detectadas en los campos CCD transformadas al sistema de referencia de la placa patrón. Como se ha visto, la calidad de esta transformación es alta, porque su precisión depende solamente del ajuste realizado

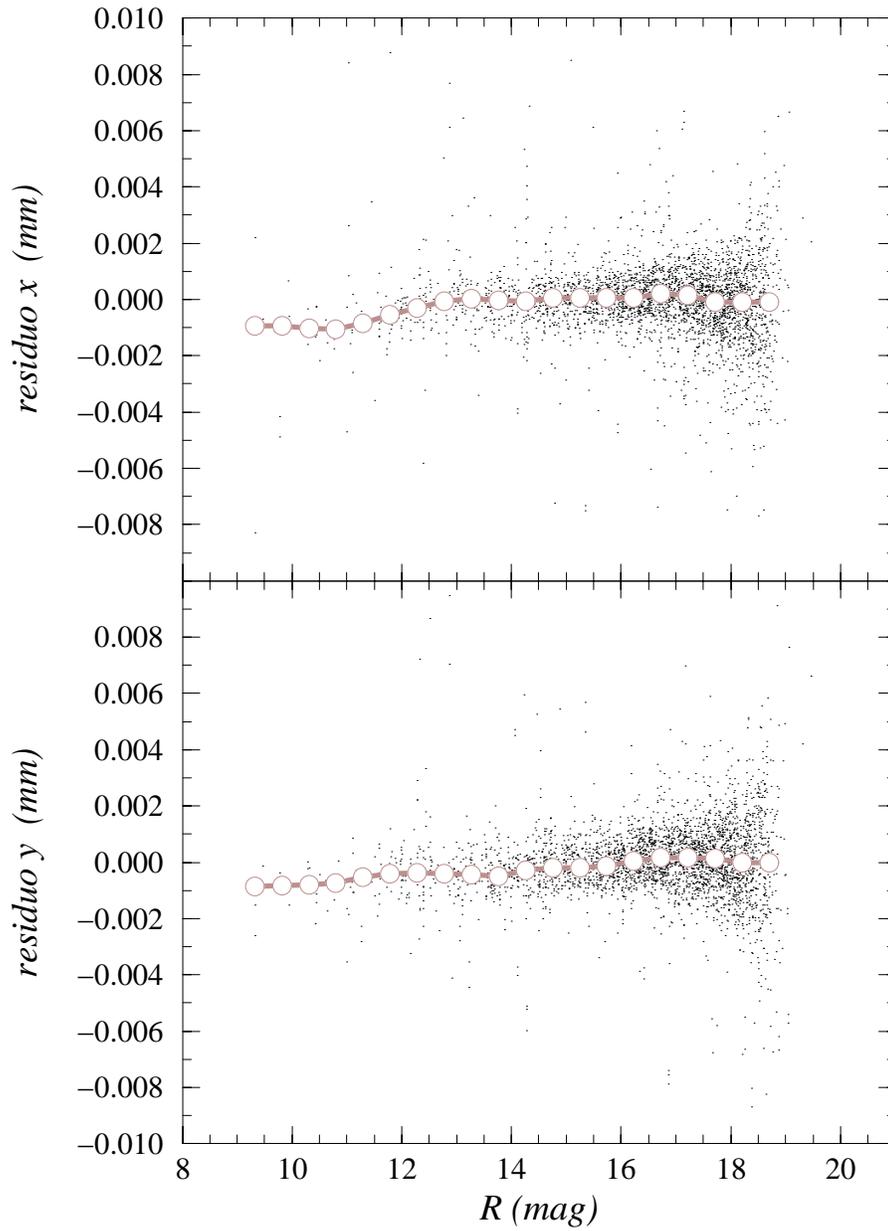


Figura 5.7: Ecuación de magnitud de la placa patrón, deducida mediante la comparación de la placa moderna promedio (constituida a partir de las placas A 550, A 573, OCA 3305 y OCA 3308) con los datos astrométricos CCD

en cada campo CCD individual, y no de su acoplamiento con los campos vecinos. El reducido campo abarcado por cada toma CCD redundante también beneficia de la precisión de la transformación. Dadas las buenas propiedades astrométricas de las posiciones medidas en las imágenes CCD, nos propusimos aprovechar este resultado para mejorar la astrometría de las estrellas detectadas en los campos CCD. Para ello, las posiciones en el sistema de la placa patrón de las estrellas halladas en áreas de superposición de campos CCD se promediaron, y el conjunto total de información astrométrica CCD, llamado *seudo-placa CCD*, se empleó como una placa adicional en el AISC para el cálculo de posiciones y movimientos propios.

Tal y como se ha indicado con anterioridad, nuestras posiciones astrométricas CCD están libres de efectos de magnitud. Por ello, los residuos de las transformaciones de los campos CCD al sistema de la placa moderna promedio, al ser representados en función de la magnitud, representan la ecuación de magnitud de la placa patrón (figura 5.7). El comportamiento de esta ecuación de magnitud se estableció calculando el promedio de los residuos en intervalos de magnitud (aplicando eliminación por 3σ) y trazando un *spline* cúbico a través de los promedios resultantes. La aplicación de esta ecuación de magnitud permite corregir todas las placas modernas.

Placas antiguas

La ecuación de magnitud de las placas antiguas se determinó mediante la comparación con la placa moderna promedio, una vez corregida de efectos de magnitud tal y como se ha explicado en el apartado anterior. Para placas con una diferencia de época significativa con la placa patrón, los movimientos propios introducen no sólo una dispersión mayor en las transformaciones entre placas, sino que también interfieren con la determinación de la ecuación de magnitud, puesto que existe una dependencia intrínseca del movimiento propio con el brillo aparente de las estrellas. Este inconveniente puede ser superado si se determina la ecuación de magnitud no a través de toda la muestra de estrellas en común, sino empleando solamente una submuestra de estrellas con un comportamiento cinemático homogéneo.

Tal muestra homogénea podría estar formada por estrellas pertenecientes a un cúmulo. La sospecha de la existencia de dos cúmulos superpuestos en la zona complica la selección de las estrellas adecuadas. Con este fin, se procedió a derivar unos movimientos propios preliminares aplicando el AISC descrito en el apartado 5.1.

Las transformaciones de placa a placa utilizadas incorporaron, a la manera clásica, términos lineales y cuadráticos dependientes de la magnitud. Al resolver las ecuaciones 5.1.3 y 5.1.4 se asignó un peso fijo a cada placa, relacionado con la distancia focal de cada instrumento (o, de manera equivalente, la inversa de la escala de cada placa). Se estudiaron los movimientos propios preliminares de aquellas estrellas presentes en la muestra fotométrica CCD del capítulo 2 que se hallaban en las cercanías de la secuencia principal perceptible en el diagrama color-magnitud (figura 2.5). Tras eliminar de entre las seleccionadas algunas estrellas de elevado movimiento propio relativo, los movimientos propios preliminares del resto de objetos resultaron muy similares en x , pero en y surgieron dos grupos distintos, separados aproximadamente en 5 mas yr^{-1} . La distribución espacial de estos dos grupos se muestra en concordancia con lo que sería de esperar de la existencia real de los cúmulos NGC 1750 y NGC 1758. Finalmente, se seleccionó como muestra cinemáticamente homogénea el conjunto de estrellas con movimiento propio similar al mostrado por la mayoría de estrellas en el área de NGC 1750.

Las placas antiguas se agruparon en conjuntos de época similar y obtenidos con el mismo telescopio. Casi en todos los casos, estos conjuntos están formados por un sólo par, excepto las placas AC, que se trataron como un único conjunto. Se calculó una transformación geométrica para convertir las placas de cada conjunto al sistema de referencia de una de ellas, de forma análoga al tratamiento dado a las placas modernas. Los residuos de las transformaciones entre placas contemporáneas permiten evaluar y eliminar la ecuación de magnitud relativa dentro de cada conjunto. Promediando, a continuación, las placas que forman cada conjunto, se reduce la incertidumbre de las posiciones debida a errores aleatorios de medida. Cada grupo promediado se transforma acto seguido al sistema de referencia de la placa moderna promediada y corregida de efectos de magnitud. Los residuos de la muestra cinemáticamente homogénea se analizan para trazar la ecuación de magnitud de cada grupo de placas antiguas. La figura 5.8 muestra, a guisa de ejemplo, la ecuación de magnitud hallada para la placa POSS promedio.

Tras corregir los efectos de magnitud, los residuos de la transformación de las placas antiguas a las modernas se examinaron también en función del color, xm e ym . Solamente los residuos del Catálogo Astrográfico mostraron una tendencia muy ligera con *coordenada* \times *magnitud*, que podría ser atribuida a la presencia de coma. La tendencia era pequeña y decidimos no introducir una corrección específica para ella.

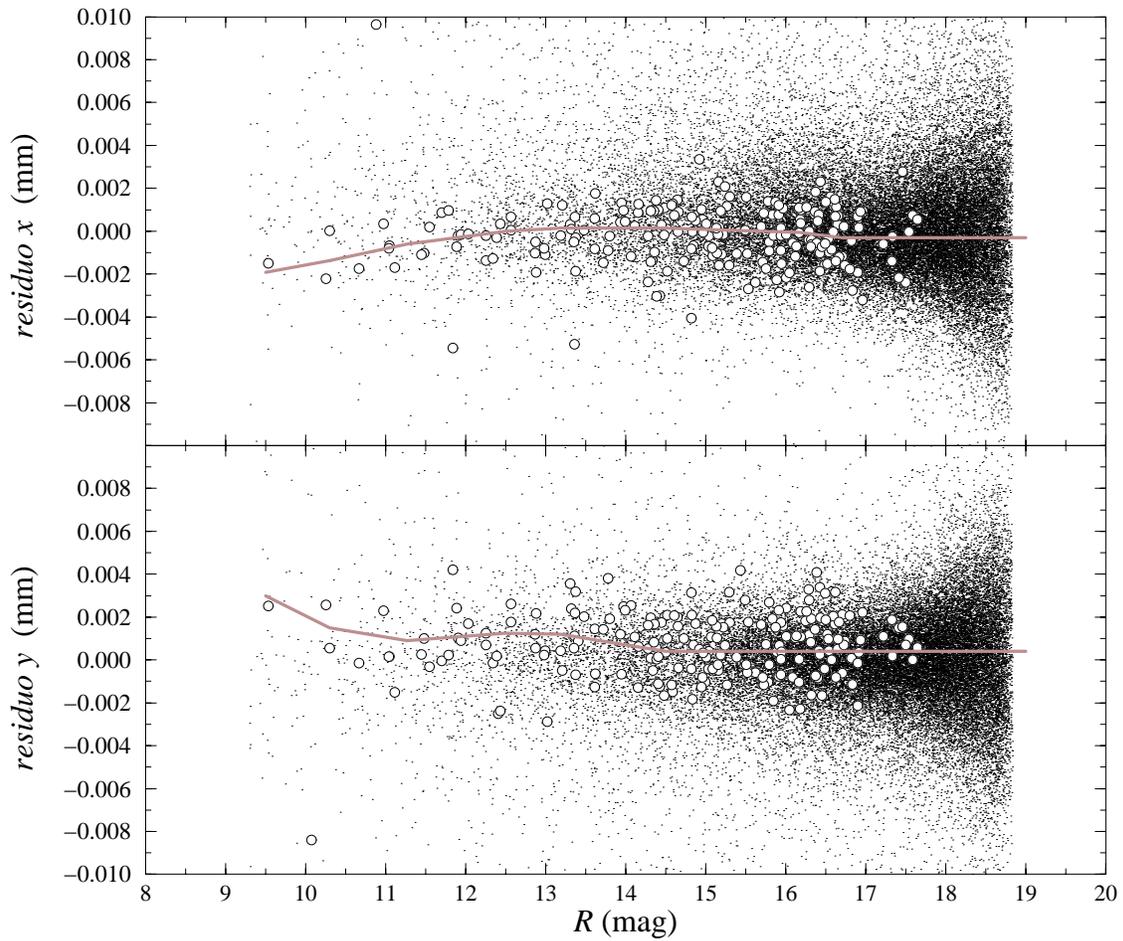


Figura 5.8: Ecuación de magnitud de la placa POSS 1461 promedio. Los residuos de la transformación de la placa POSS a la placa moderna promedio están medidos en unidades del sistema de referencia de la placa patrón. Los puntos representan todas las estrellas en común, mientras que los círculos blancos corresponden a la muestra cinemáticamente homogénea utilizada para definir la ecuación de magnitud (línea continua)

Las ecuaciones de magnitud inter-placa mostraron ser significativas en la mayoría de los casos. Las placas Tautenburg ostentaban con diferencia las ecuaciones de magnitud más acusadas. Éstas fueron notables también en las placas POSS y en las placas Shanghai, si bien es este último grupo de placas el efecto estaba presente casi exclusivamente en una de las coordenadas (y).

5.5 Movimientos propios

Los datos de las 27 placas fotográficas individuales corregidas de ecuación de magnitud y de la pseudo-placa CCD, fueron introducidos en el AISC (descrito en el apartado 5.1) para el cálculo de movimientos propios relativos. Como los efectos de magnitud ya habían sido tenidos en cuenta (apartado 5.4), las transformaciones de placa a placa incluyeron solamente la parte geométrica (apartado 5.2) de los modelos mostrados en las ecuaciones 5.1.1 y 5.1.2 ($Q_x = Q_y = 0$).

5.5.1 Sistema de pesos

La heterogeneidad del material astrométrico utilizado requiere un sistema de pesos cuidadoso para combinar todos los datos en un mismo proceso de manera coherente. Por ello hemos introducido un sistema de pesos que tiene en cuenta las diferentes escalas de las placas, la posible diferencia de calidad astrométrica de placas tomadas con el mismo telescopio pero con diferentes emulsiones o en diferentes condiciones de *seeing* o seguimiento, y que distingue la precisión intrínsecamente distinta de las posiciones de estrellas de brillos muy distintos detectadas en la misma placa.

Tal y como se describe en el apartado 5.4.2, las placas fueron promediadas en grupos de época similar para la corrección de la ecuación de magnitud inter-placa. Tres placas Schmidt modernas fueron transformadas al sistema de referencia y de ecuación de magnitud de la placa patrón y promediadas con la misma. Al calcular la ecuación de magnitud relativa para cada una de estas placas se estimó también la dispersión alrededor de la tendencia media en función de la magnitud. Las funciones que describen estas dispersiones, transformadas a la escala de la placa patrón, se utilizaron para la asignación de pesos dependientes de magnitud a las estrellas detectadas en cada placa moderna origen. La placa patrón se comparó con la pseudo-

placa CCD, y la dispersión de esta transformación se empleó como función de pesos para OCA 3305. Para la pseudo-placa CCD, los pesos se asignaron tomando la dispersión de las posiciones halladas para estrellas en las zonas de superposición de campos CCD individuales, considerada como función de la magnitud y expresada en la escala de la placa patrón.

Las placas de época antigua se promediaron por grupos antes de transformarlas al sistema de la placa moderna promedio con el fin de calcular su ecuación de magnitud (apartado 5.4.2). La dispersión de la transformación dentro de cada grupo de placas antiguas, expresada en la escala de la placa patrón, se empleó para asignar pesos dependientes de la magnitud a las posiciones estelares medidas en estas placas.

5.5.2 Comentarios finales

Cinco iteraciones del AISC fueron suficientes para estabilizar los movimientos propios finales. El bucle de transformación y cruce (apartado 5.1.1) fue, con diferencia, el paso más costoso en tiempo de cálculo de todo el algoritmo. Sólo fueron necesarias dos iteraciones internas del bucle (tres como máximo, en algunos casos) para todas las placas en todas las iteraciones del AISC.

Al efectuar los ajustes de las ecuaciones 5.1.3 y 5.1.4 para el cálculo de los movimientos propios, algunas posiciones estelares fueron rechazadas en virtud del criterio de eliminación por 3σ . La diferente calidad de las placas condujo a tendencias claras en estos rechazos. La tabla 5.1 muestra las estadísticas de estrellas detectadas y rechazadas en cada placa astrométrica en este paso de la última iteración del AISC. Como se observa, las placas Heidelberg y algunas del Catálogo Astrográfico son las menos precisas desde el punto de vista astrométrico.

5.6 El catálogo fotográfico

El catálogo fotográfico reúne los resultados astrométricos de este capítulo, así como los fotométricos del capítulo anterior. La tabla 5.2 muestra las primeras entradas del catálogo, el cual está disponible íntegro mediante solicitud al autor en la dirección electrónica dgaladi@pchpc5.am.ub.es. El catálogo contiene un total de 51846 estrellas, todas ellas con información posicional. 39762 estrellas tienen, además, infor-

Tabla 5.1: Estrellas comunes con la placa patrón detectadas en cada placa, y número de puntos rechazados en el cálculo de movimientos propios en la última iteración del AISC

placa	detectadas	rechazadas	% de rechazo
A 550	29022	131	0.45
A 573	31187	194	0.62
OCA 3305	52865	14	0.03
OCA 3308	18741	320	1.71
POSS 1461-O	33746	1031	3.06
POSS 1461-E	41533	1104	2.66
T 109	10189	6	0.06
T 111	5097	6	0.12
T 6573	6969	4	0.06
T 6574	4563	1	0.02
B 1118	1433	580	40.48
B 4191	891	395	44.33
AC 2238	133	16	12.03
AC 2239	65	5	7.69
AC 2338	215	23	10.70
AC 2438	341	77	22.58
AC 2439	62	4	6.45
S 470	532	0	0.00
S 471	531	0	0.00
S 526	509	38	7.47
S 527	507	40	7.89
S 60001	439	18	4.10
S 60002	461	39	8.46
S 83001	519	3	0.58
S 83002	511	9	1.76
S 86006	538	0	0.00
S 86007	537	1	0.19
seudo-placa CCD	1486	0	0.00

Tabla 5.2: Primeras entradas del catálogo fotográfico fotométrico y astrométrico. La versión íntegra (51846 estrellas) es accesible por solicitud al autor en la dirección electrónica dgaladi@pchpc5.am.ub.es. Constan para cada estrella: número identificador (id.), posición x, y (mm) en el sistema de referencia de la placa patrón, movimiento propio relativo μ_x, μ_y (mas yr⁻¹) en el sistema de referencia de la placa patrón (época 1994.9), error de la posición σ_x, σ_y (μ m), error del movimiento propio $\sigma_{\mu_x}, \sigma_{\mu_y}$ (mas yr⁻¹), fotometría fotográfica BVR Johnson-Cousins, número n de placas utilizadas para la determinación del movimiento propio, y diferencia máxima de época Δt (yr) entre dichas placas. Identificaciones cruzadas con varios catálogos, así como otros comentarios adicionales, constan en notas en el fichero original

id.	x	y	μ_x	μ_y	σ_x	σ_y	σ_{μ_x}	σ_{μ_y}	B	V	R	n	Δt
3	1.0150	87.5391	0.54	-7.56							18.61	2	39.1
4	1.0001	66.2645	4.83	-2.86							18.47	2	39.1
5	1.0234	90.0399	16.66	-4.40							18.14	2	39.1
6	1.0193	127.4153							19.64	18.79	18.04		
7	1.0158	13.7630	-2.71	6.00	0.89	0.16	6.03	1.36	19.24	18.22	17.68	3	39.1
8	1.0274	36.6810	5.57	2.16	3.98	1.46	9.64	4.02	19.44	18.30	17.60	3	39.1
9	1.0071	26.5273	5.59	-5.36	0.97	0.52	2.79	2.01	19.29	18.14	17.52	4	39.1
10	1.0239	24.5076	6.01	4.73	0.22	0.13	0.74	0.63	18.43	17.37	16.81	5	39.1
11	1.0254	87.2407	-1.57	-0.34	0.75	0.63	2.57	3.15	18.71	17.51	16.81	5	39.1
12	1.0467	122.1061							15.87	14.11	13.23		
13	1.0200	119.5801							17.76	16.63	15.96		
14	1.0137	58.8322	-0.61	-0.10	0.52	0.30	3.02	2.28	17.95	16.97	16.28	6	39.1
15	1.0299	120.6843							17.33	15.85	15.16		
18	1.0258	65.5423	9.63	-11.28							18.84	2	39.1
19	1.0452	4.4395	-5.82	5.84	0.93	1.29	4.58	4.91	17.77	16.71	16.31	6	33.8
20	1.0681	16.8936	-3.48	-0.84							17.97	2	39.1
21	1.0374	15.4717	3.80	-8.30	0.53	0.80	1.66	3.17	18.84	17.72	17.17	5	39.1
24	1.0307	27.7553	-7.76	1.52	5.19	1.50	9.81	3.47			18.51	3	39.1
25	1.0385	62.8213	11.75	-2.95							18.52	2	39.1
26	1.0382	45.6031	3.83	1.35					19.64	18.77	18.18	2	39.1
27	1.0430	57.2278	2.28	-2.73	1.18	0.98	3.25	3.67			17.72	4	39.1
28	1.0365	84.1517	0.16	-1.62	0.58	1.22	1.13	2.93	19.79	18.63	17.99	3	39.1
30	1.0858	86.0387							19.25	17.78	16.99		
31	1.0417	118.7590							19.95	18.93	17.92		
33	1.0516	92.3742	6.26	3.25							18.45	2	39.1
34	1.0487	44.7368	6.16	-6.22							18.12	2	39.1
35	1.0667	33.4705	1.44	-3.31	0.79	0.80	2.59	3.75	19.08	18.17	17.49	5	39.1
36	1.0982	70.1289	2.67	1.36	0.20	0.37	1.06	2.92			14.73	4	39.1
40	1.0574	36.7806	-0.65	-6.64							18.82	2	39.1
41	1.1997	15.6206	111.65	12.21	19.30	1.38	81.35	4.90	13.37	12.27	11.70	9	39.1
44	1.0747	88.4163	-2.89	-1.89							18.89	2	39.1
45	1.0730	18.1348	5.73	0.96	3.59	0.06	6.79	0.15	19.83	19.01	18.36	3	39.1
46	1.0967	9.0470							18.34	17.44	16.97		
47	1.0925	43.8553	3.59	1.03	1.01	0.17	3.37	0.80	18.89	17.74	17.04	5	39.1
48	1.1043	63.0550	2.43	-3.14	0.60	0.32	1.97	1.46	18.00	16.98	16.32	6	39.1

mación fotométrica fotográfica en el sistema estándar. Un total de 12029 estrellas carecen de fotometría estándar por no haber sido detectadas en la placa fotométrica azul, lo que hizo imposible la aplicación del término de color. Para estas estrellas se hace constar la magnitud R tosca (apartado 4.3) calculada a partir de la placa patrón, como estimador del brillo en la banda R de Cousins. 55 estrellas carecen de fotometría por ser demasiado brillantes y han sido etiquetadas con $R = 0$ en el catálogo. Son 45036 las estrellas que cuentan con movimiento propio calculado, 37129 de ellas a partir de tres o más placas distintas (31257 de ellas tienen fotometría fotográfica estándar completa). Tal y como se indicó en el apartado 5.1.2, los movimientos propios se calcularon exigiendo que las placas en las que aparecen las estrellas cubran un mínimo de 30 años de diferencia de época. El catálogo contiene, para cada estrella, los datos siguientes: un número de identificación (el asignado en los ficheros MAMA originales a los objetos detectados en la placa patrón), las coordenadas en el sistema de referencia y época de la placa patrón, los movimientos propios relativos con sus errores estándar y la fotometría fotográfica BVR . En notas se hacen constar identificaciones cruzadas con otros catálogos (Cuffey 1937, SČM, catálogo CCD del capítulo 2, Tycho, HIP, BD, HD, PPM). La figura 5.9 representa el diagrama de movimientos propios relativos de la muestra completa. La elongación de la distribución de puntos en este diagrama debida al movimiento solar es evidente.

5.6.1 Errores astrométricos internos

Los ajustes por mínimos cuadrados descritos en el apartado 5.1.2 proporcionan el error estándar de los coeficientes cuando se calculan empleando más de dos placas. Estos errores muestran una fuerte dependencia con la magnitud aparente. La figura 5.10 describe este comportamiento, y la tabla 5.3 contiene los errores medios en intervalos de magnitud R , calculados aplicando un criterio de eliminación por 3σ .

Como era de esperar, los errores internos son fuertemente dependientes del número de placas y de la diferencia de épocas involucrados en el cálculo de los movimientos propios. La tabla 5.4 muestra el error promedio de los movimientos propios en función del número de placas, en tanto que la tabla 5.5 contiene información equivalente en función de la máxima diferencia de época entre las placas empleadas. No se aprecia ninguna tendencia clara de los errores en función de la distancia al centro de la placa patrón, ni para la muestra completa ni para las estrellas más brillantes ($R < 16$ mag). La figura 5.11 representa el histograma de la

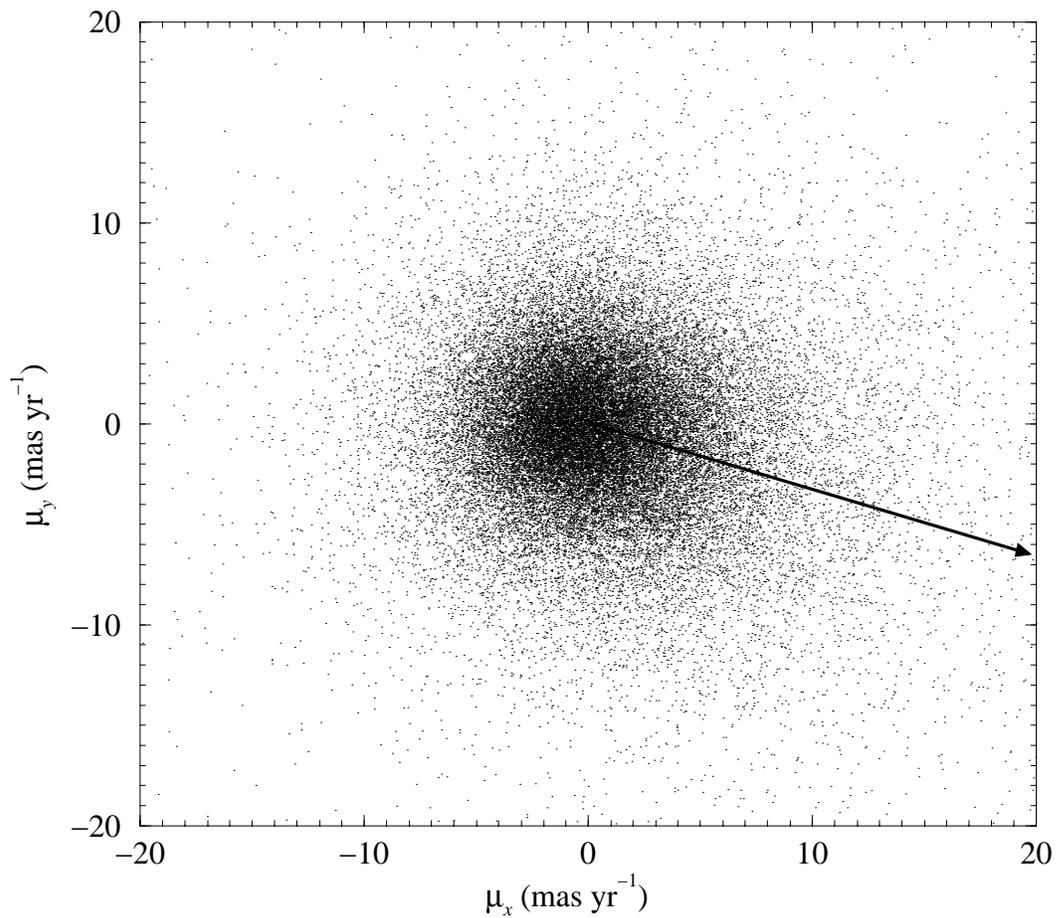


Figura 5.9: Diagrama de la muestra completa de movimientos propios relativos en el sistema de referencia de la placa patrón. La flecha indica la dirección del antiápex solar. La alineación de los ejes es: $x \sim -\delta, y \sim -\alpha$

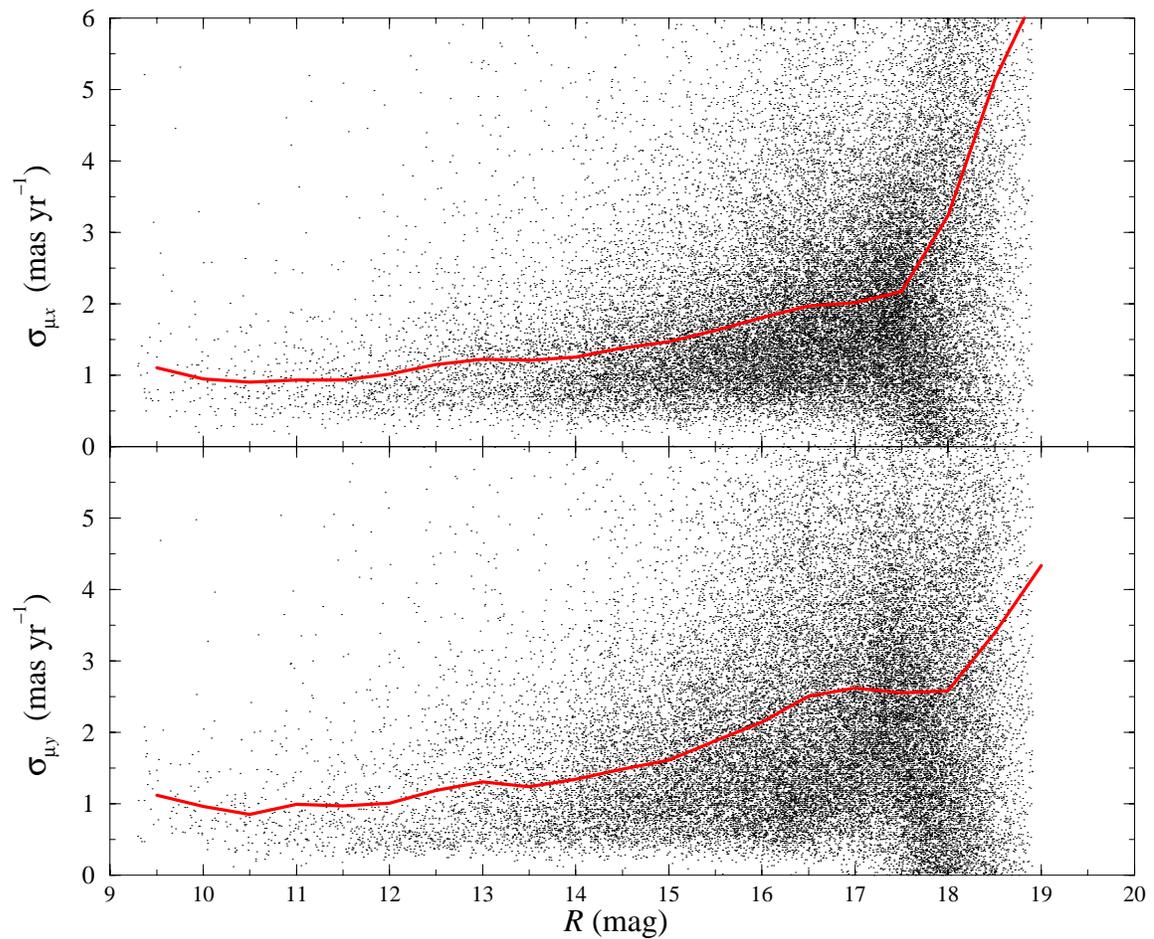


Figura 5.10: Error interno de los movimientos propios en función de la magnitud fotográfica R . La línea traza el error medio calculado en intervalos de media magnitud, aplicando un criterio de eliminación por 3σ . La alineación de los ejes es: $x \sim -\delta, y \sim -\alpha$

Tabla 5.3: Errores internos de los movimientos propios $\sigma_{\mu x}$ y $\sigma_{\mu y}$ (mas yr⁻¹) promediados en intervalos de la magnitud R , aplicando un criterio de eliminación por 3σ . La alineación de los ejes es: $x \sim -\delta, y \sim -\alpha$

R	$\sigma_{\mu x}$	$\sigma_{\mu y}$
<10	1.10	1.13
10-11	0.90	0.85
11-12	0.93	0.97
12-13	1.15	1.19
13-14	1.21	1.24
14-15	1.38	1.48
15-16	1.63	1.88
16-17	1.97	2.51
17-18	2.17	2.55
18-19	5.14	4.34

distribución de errores para la muestra completa y para las estrellas más brillantes que $R = 16$ mag.

La moda de los errores en movimiento propio está por debajo de 1 mas yr⁻¹. La precisión alcanzada es excelente, a pesar de la diversidad del material fotográfico empleado y la corta distancia focal de algunos de los telescopios utilizados. El tratamiento detallado aplicado ha permitido la eliminación de efectos sistemáticos y, así, lograr este grado de precisión.

5.6.2 Coordenadas ecuatoriales

El catálogo astrométrico fue transformado a los sistemas de referencia FK5 e ICRS mediante la comparación con los catálogos PPM (Röser y Bastian 1989), Tycho e Hipparcos (TYC e HIP; ESA 1997). Las coordenadas ecuatoriales consignadas en estos catálogos se transformaron a la época de la placa patrón mediante la aplicación de los movimientos propios consignados en los propios catálogos y, tras ello, se convirtieron en coordenadas estándar a través de la proyección nomónica usual (véase, por ejemplo, Van de Kamp 1967). Las placas virtuales resultantes se cruzaron con nuestro catálogo astrométrico y se procedió al cálculo de ecuaciones de transformación

Tabla 5.4: Errores internos promedio de los movimientos propios $\sigma_{\mu x}$ y $\sigma_{\mu y}$ (mas yr⁻¹) en función del número de placas empleadas para su determinación (n). N es el número de estrellas. La alineación de los ejes es: $x \sim -\delta, y \sim -\alpha$

n	$\sigma_{\mu x}$	$\sigma_{\mu y}$	N
3	4.49	3.42	10588
4	2.58	3.10	3431
5	2.03	2.69	6493
6	2.10	2.92	7090
7	2.04	2.28	3087
8	2.08	2.25	2517
9	1.97	1.85	1952
10	1.84	1.61	1309
11	1.70	1.47	135
12	2.61	1.32	11
13	2.30	1.69	14
14	1.08	0.96	19
15	1.33	1.10	26
16	1.18	0.94	44
17	1.09	0.70	86
18	0.89	0.81	93
19	0.88	0.78	110
20	0.88	0.85	73
21	1.27	1.13	44
22	0.83	0.88	15

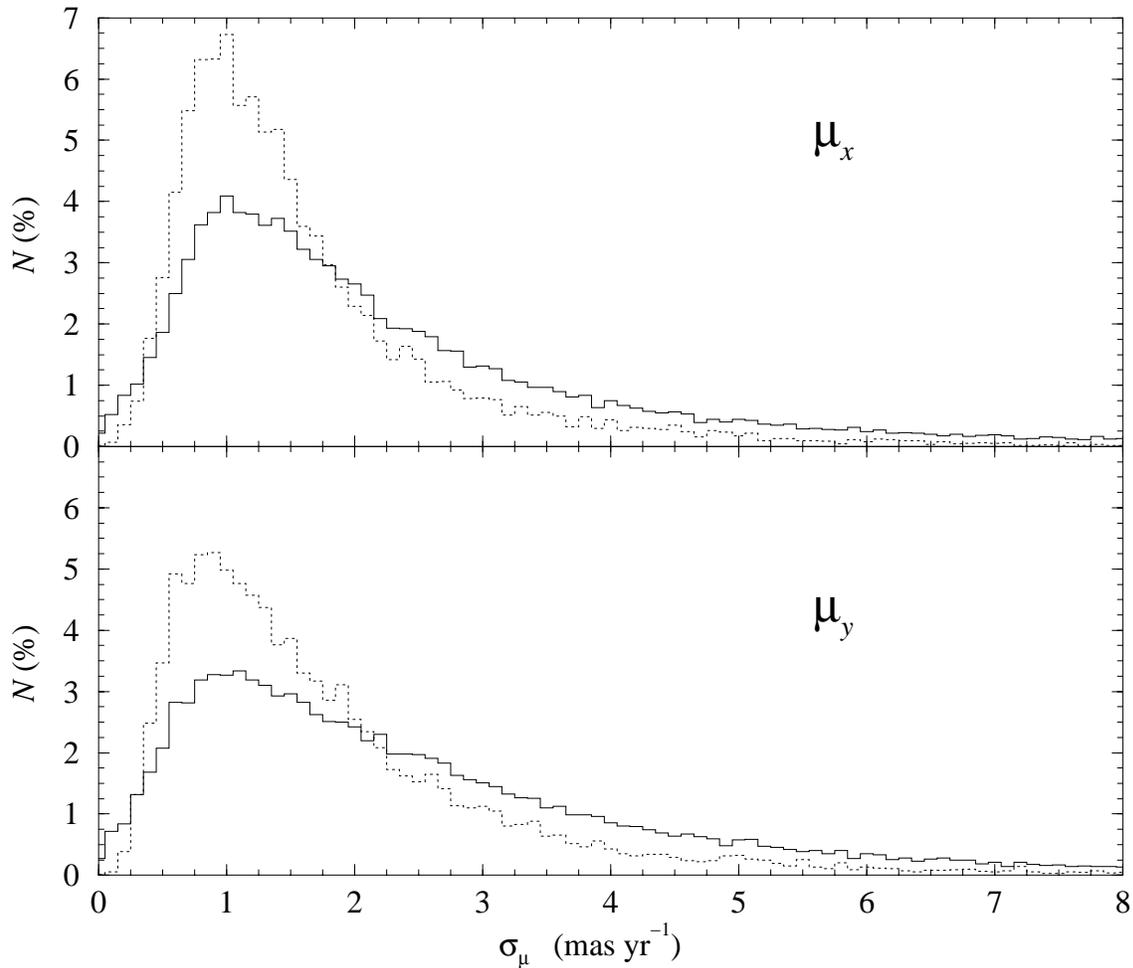


Figura 5.11: Histogramas de la distribución de errores internos de los movimientos propios para toda la muestra (línea continua) y para las estrellas más brillantes que $R = 16$ mag (línea discontinua). El paso del histograma es de 0.1 mas yr^{-1} . El número de estrellas en cada intervalo se expresa como porcentaje del total. La alineación de los ejes es: $x \sim -\delta, y \sim -\alpha$

Tabla 5.5: Errores promedio de los movimientos propios (mas yr^{-1}) en función de la máxima diferencia temporal entre placas (Δt yr). N es el número de estrellas

Δt	N	$\sigma_{\mu x}$	$\sigma_{\mu y}$
33.8	2217	2.0	1.9
39.1	33565	2.9	2.9
75.9	83	1.8	2.9
76.9	126	1.2	0.9
83.0	676	1.7	1.8
99.8	73	1.5	0.9
100.9	24	1.0	1.1
101.9	109	1.0	1.2
103.0	264	1.3	1.1

Tabla 5.6: Transformación al sistema ecuatorial: número de estrellas de este trabajo en común (N) y desviación estándar de los residuos de las transformaciones (σ_α y σ_δ) para los catálogos de referencia PPM, HIP y TYC

catálogo	N	$\sigma_\alpha(\prime\prime)$	$\sigma_\delta(\prime\prime)$
PPM	61	0.203	0.241
HIP	19	0.148	0.111
TYC	160	0.138	0.106

mediante un procedimiento similar al bucle de transformación y cruce descrito en la sección 5.1.1. Los modelos aplicados fueron polinomios bidimensionales completos de tercer grado (PPM, TYC) o de segundo grado (HIP), siempre sin términos dependientes de la magnitud. Los coeficientes resultantes muestran una alineación muy buena del eje x con $-\delta$, y de y con $-\alpha$. La tabla 5.6 contiene el número de estrellas en común con los catálogos y la desviación estándar de los residuos de los ajustes.

Los coeficientes de transformación obtenidos permitieron calcular coordenadas ecuatoriales para la época de la placa patrón y el equinoccio J2000.0, referidas a los sistemas FK5 e ICRS, para todas las estrellas de nuestro catálogo. Tras ello, las coordenadas (x, y) del catálogo fueron modificadas añadiendo los movimientos

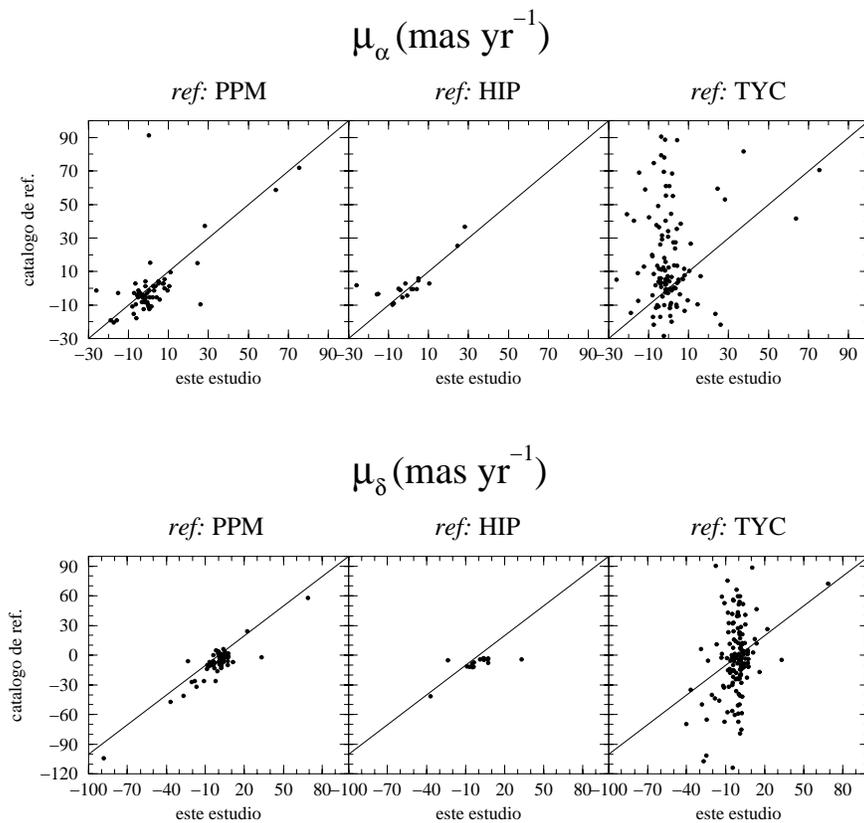


Figura 5.12: Determinación de la corrección de punto cero necesaria para la transformación de nuestros movimientos propios relativos al sistema ecuatorial representado por los catálogos PPM, Hipparcos y Tycho

Tabla 5.7: Valores de punto cero Z_α and Z_δ (mas yr^{-1}) que es necesario aplicar a nuestros movimientos propios para transformarlos a los sistemas de referencia FK5 e ICRS previo alineamiento de los ejes coordenados con los de estos sistemas. N es el número de estrellas empleado para calcular los parámetros

catálogo	N	Z_α	Z_δ
FK5 (PPM)	46	-4.2 ± 0.6	-6.8 ± 0.7
ICRS (HIP)	13	-0.5 ± 1.0	-7.5 ± 0.7
ICRS (TYC)	48	$+0.6 \pm 1.3$	-6.9 ± 1.4

propios seculares, y las posiciones resultantes $(x + 100\mu_x, y + 100\mu_y)$ fueron convertidas de nuevo al sistema ecuatorial mediante la misma transformación anterior. La comparación de las posiciones ecuatoriales en la época de la placa patrón y en la época de la placa patrón más 100 años permitió la conversión sencilla de nuestros movimientos relativos (μ_x, μ_y) a movimientos relativos (μ_α, μ_δ) alineados según los ejes FK5 e ICRS. Para que los movimientos propios obtenidos puedan considerarse vinculados totalmente a los sistemas de referencia citados, es necesario hallar y aplicar correcciones de punto cero. Estas correcciones (figura 5.12, tabla 5.7) se evaluaron comparando los movimientos relativos (μ_α, μ_δ) con los consignados en los catálogos PPM, TYC e HIP para las estrellas en común. Los resultados de la comparación de nuestros movimientos propios con los consignados en estos tres catálogos pone de manifiesto la calidad mucho peor de los datos cinemáticos Tycho. Por esta razón, para la transformación al sistema ICRS hemos aceptado los valores de punto cero hallados mediante la comparación con Hipparcos, a pesar del menor número de estrellas disponibles. La transformación de posiciones al ICRS se llevó a cabo utilizando la transformación calculada con el catálogo Tycho.

La tabla 5.8 muestra las primeras entradas del fichero que contiene, para cada estrella de nuestro catálogo, el número de identificación, y la posición astrométrica y movimientos propios en los sistemas FK5 e ICRS. El fichero completo está disponible mediante solicitud al autor en la dirección electrónica dgaladi@pchpc5.am.ub.es.

5.7 Evidencias de la existencia de dos cúmulos

Procedimos a efectuar varios análisis sencillos de los datos astrométricos y fotométricos deducidos de las placas, aplicando criterios estrictamente espaciales para la separación de diferentes submuestras, de un modo parecido al empleado en el capítulo 2 para el análisis de la fotometría CCD. Adoptamos las posiciones y diámetros de los cúmulos usados en el capítulo 2: un diámetro de $28'$ en torno a $\alpha_{2000} = 5^{\text{h}}4.0^{\text{m}}$, $\delta_{2000} = +23^\circ41'$ para NGC 1750; y un diámetro de $8'$ centrado en $\alpha_{2000} = 5^{\text{h}}4.7^{\text{m}}$, $\delta_{2000} = +23^\circ48'$ para NGC 1758. Las estrellas en la zona de superposición de los dos círculos se asignaron a NGC 1758. La figura 5.13 muestra los histogramas de movimientos propios y los diagramas color-magnitud para las estrellas asignadas a NGC 1750, NGC 1758 y zona restante (asumida como representación del campo), empleando solamente las estrellas con $R < 16$ mag y con errores del movimiento

Tabla 5.8: Primeras entradas de la tabla de posiciones y movimientos propios en coordenadas ecuatoriales. La versión íntegra (56730 estrellas) es accesible por solicitud al autor en la dirección electrónica dgaladi@pchpc5.am.ub.es. Constan para cada estrella: número identificador (id.), y, para los sistemas de referencia FK5 e ICRS, las coordenadas ascensión recta y declinación y los movimientos propios. Las unidades de los movimientos propios son mas yr^{-1} . La época es 1994.9, y el equinoccio J2000.0

id.	sistema de referencia FK5				sistema de referencia ICRS			
	α (h m s)	δ ($^{\circ}$ ' ")	$\mu_{\alpha} \cos \delta$	μ_{δ}	α (h m s)	δ ($^{\circ}$ ' ")	$\mu_{\alpha} \cos \delta$	μ_{δ}
3	5 02 00.126	+24 50 20.48	3.36	-7.39	5 02 00.101	+24 50 20.35	7.06	-8.09
4	5 03 42.121	+24 50 09.49	-1.39	-11.66	5 03 42.109	+24 50 09.51	2.31	-12.36
5	5 01 48.136	+24 50 21.07	0.09	-23.51	5 01 48.109	+24 50 20.91	3.79	-24.19
6	4 58 48.941	+24 50 31.88			4 58 48.898	+24 50 30.97		
7	5 07 53.816	+24 49 21.94	-10.15	-3.99	5 07 53.804	+24 49 21.71	-6.45	-4.69
8	5 06 03.945	+24 49 44.48	-6.44	-12.34	5 06 03.943	+24 49 44.46	-2.74	-13.04
9	5 06 52.627	+24 49 36.00	1.07	-12.48	5 06 52.623	+24 49 35.90	4.77	-13.17
10	5 07 02.307	+24 49 32.95	-9.03	-12.74	5 07 02.302	+24 49 32.84	-5.33	-13.44
11	5 02 01.554	+24 50 19.68	-3.85	-5.23	5 02 01.529	+24 50 19.56	-0.15	-5.93
12	4 59 14.396	+24 50 29.35			4 59 14.354	+24 50 28.58		
13	4 59 26.508	+24 50 30.65			4 59 26.466	+24 50 29.94		
14	5 04 17.756	+24 50 03.56	-4.09	-6.19	5 04 17.748	+24 50 03.60	-0.39	-6.89
15	4 59 21.214	+24 50 30.20			4 59 21.171	+24 50 29.47		
18	5 03 45.582	+24 50 07.33	6.98	-16.55	5 03 45.571	+24 50 07.36	10.69	-17.25
19	5 08 38.529	+24 49 09.20	-9.93	-0.87	5 08 38.507	+24 49 08.84	-6.23	-1.57
20	5 07 38.804	+24 49 22.03	-3.30	-3.33	5 07 38.795	+24 49 21.83	0.40	-4.03
21	5 07 45.628	+24 49 22.49	4.04	-10.74	5 07 45.617	+24 49 22.28	7.73	-11.44
24	5 06 46.736	+24 49 35.76	-5.60	0.99	5 06 46.731	+24 49 35.67	-1.90	0.28
25	5 03 58.627	+24 50 04.67	-1.38	-18.59	5 03 58.617	+24 50 04.70	2.33	-19.28
26	5 05 21.171	+24 49 51.58	-5.60	-10.61	5 05 21.168	+24 49 51.61	-1.90	-11.31
27	5 04 25.435	+24 50 00.42	-1.50	-9.11	5 04 25.427	+24 50 00.46	2.20	-9.81
28	5 02 16.365	+24 50 17.43	-2.58	-6.97	5 02 16.342	+24 50 17.34	1.12	-7.67
30	5 02 07.317	+24 50 15.14			5 02 07.292	+24 50 15.02		
31	4 59 30.445	+24 50 29.08			4 59 30.403	+24 50 28.40		
33	5 01 36.944	+24 50 20.25	-7.49	-13.04	5 01 36.916	+24 50 20.06	-3.79	-13.74
34	5 05 25.324	+24 49 50.17	1.94	-13.04	5 05 25.321	+24 49 50.19	5.64	-13.74
35	5 06 19.335	+24 49 38.98	-0.91	-8.29	5 06 19.332	+24 49 38.94	2.79	-8.99
36	5 03 23.592	+24 50 05.55	-5.59	-9.46	5 03 23.578	+24 50 05.56	-1.89	-10.16
40	5 06 03.466	+24 49 42.61	2.45	-6.24	5 06 03.463	+24 49 42.59	6.15	-6.94
41	5 07 44.888	+24 49 12.69	-18.38	104.69	5 07 44.878	+24 49 12.49	-14.65	103.96
44	5 01 55.918	+24 50 16.99	-2.29	-3.92	5 01 55.893	+24 50 16.85	1.41	-4.62
45	5 07 32.854	+24 49 23.05	-5.26	-12.52	5 07 32.845	+24 49 22.87	-1.56	-13.21
46	5 08 16.419	+24 49 11.37			5 08 16.403	+24 49 11.08		
47	5 05 29.548	+24 49 46.63	-5.28	-10.38	5 05 29.545	+24 49 46.65	-1.58	-11.08
48	5 03 57.505	+24 50 00.51	-1.09	-9.26	5 03 57.495	+24 50 00.54	2.62	-9.96
51	5 06 27.491	+24 49 36.56	5.26	-11.82	5 06 27.488	+24 49 36.51	8.96	-12.52
53	4 58 54.968	+24 50 26.16			4 58 54.925	+24 50 25.29		
56	5 08 27.209	+24 49 08.12			5 08 27.190	+24 49 07.80		
57	5 06 32.994	+24 49 32.74	-3.71	-11.68	5 06 32.991	+24 49 32.68	0.00	-12.38
62	5 06 40.436	+24 49 31.20	-3.83	-7.40	5 06 40.433	+24 49 31.13	-0.13	-8.10
63	5 03 51.279	+24 49 58.86	-2.45	-5.60	5 03 51.268	+24 49 58.89	1.25	-6.30
69	5 01 14.618	+24 50 17.34	0.77	-3.88	5 01 14.587	+24 50 17.09	4.47	-4.58
70	5 03 03.555	+24 50 06.14	6.37	-10.15	5 03 03.539	+24 50 06.13	10.07	-10.85
71	5 08 35.974	+24 49 04.96			5 08 35.953	+24 49 04.61		
72	5 04 42.070	+24 49 52.49	0.98	-6.35	5 04 42.064	+24 49 52.53	4.68	-7.05

propio menores que 2.5 mas yr^{-1} .

Aunque esta clasificación espacial tosca implica contaminación por estrellas de campo en ambas zonas de cúmulo, tal y como ocurría con la interpretación de la fotometría CCD, así como confusión en la asignación a ambos grupos debido a su fuerte superposición espacial, los histogramas y los diagramas color-magnitud permiten extraer algunas conclusiones interesantes.

La población de campo muestra un diagrama color-magnitud muy disperso, sin secuencia principal bien definida, como era de esperar. Las distribuciones de movimientos propios, tanto en x como en y , son de perfil suave, claramente sesgadas en la dirección que sería de esperar a la vista de la figura 5.9. Los diagramas color-magnitud de las áreas de los cúmulos presentan secuencias principales claramente definidas, con características en concordancia con las conclusiones apuntadas en el capítulo 2: esta clasificación espacial de la fotometría fotográfica tampoco permite distinguir diferencias claras entre las secuencias de NGC 1750 y NGC 1758, como no sea el hecho ya conocido de que NGC 1758 carece de astros brillantes.

La información cinemática añade rasgos nuevos a los datos fotométricos. Se aprecia una sobredensidad de estrellas en los histogramas de movimientos propios en la coordenada x al comparar las poblaciones de los cúmulos con la de campo. Esta sobredensidad se halla cercana a un movimiento propio relativo en x nulo, aunque muestra una tendencia ligeramente positiva en el área de NGC 1758, y una tendencia negativa en NGC 1750. Este rasgo de los histogramas en μ_x podría atribuirse a la presencia de uno o, tal vez, dos cúmulos. Los histogramas en μ_y aclaran la situación. La sobredensidad estelar tiene un comportamiento claramente distinto en μ_y en los dos cúmulos, con máximos separados $\sim 5 \text{ mas yr}^{-1}$. En NGC 1758 se aprecia una clara contribución de estrellas que comparten el movimiento propio de NGC 1750, indicio claro de la contaminación de este gráfico por astros de NGC 1750 debido a la superposición espacial de los grupos.

Estos rasgos nos mueven a afirmar la realidad de dos cúmulos abiertos separados en la zona, con cinemáticas claramente distintas y con distribuciones espaciales que, a grandes rasgos, coinciden con las asignadas con anterioridad a los grupos partiendo de criterios exclusivamente visuales. Estos cúmulos pueden identificarse sin ambigüedad con los objetos NGC 1750 y NGC 1758 del catálogo de Dreyer (1888). No se encuentra indicación alguna, ni fotométrica ni astrométrica, de la existencia de NGC 1746.

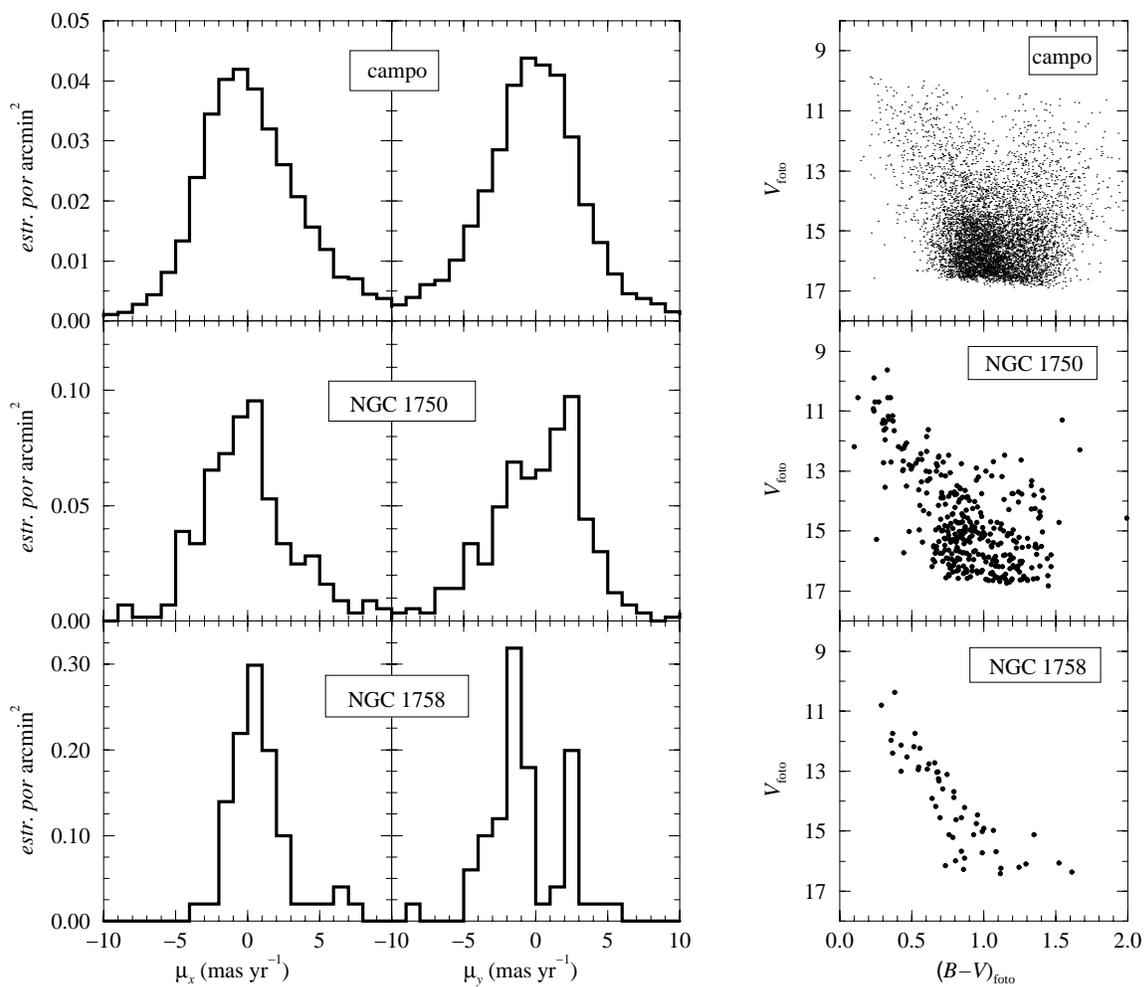


Figura 5.13: Histogramas de movimiento propio y diagramas color-magnitud fotográficos para las estrellas asignadas al campo (arriba), a NGC 1750 (centro) y a NGC 1758 (abajo). La muestra está limitada a $R < 16$ mag y a estrellas con errores del movimiento propio menores que 2.5 mas yr^{-1} . Obsérvense las diferentes escalas verticales de los histogramas de movimiento propio. La alineación de los ejes es: $x \sim -\delta, y \sim -\alpha$

Los rasgos detectados en este análisis preliminar de la muestra nos mueven a efectuar un estudio más detallado tanto de los datos astrométricos y fotométricos presentados en este capítulo y el anterior, como de la fotometría CCD del capítulo 2, con la intención de asignar probabilidades individuales de pertenencia a los grupos y determinar los parámetros físicos fundamentales de ambos cúmulos. La fuerte superposición espacial de los cúmulos y su baja densidad de estrellas hacen necesario un tratamiento cuidadoso. El capítulo siguiente se dedica a este menester.

Capítulo 6

Segregación de los cúmulos

Procedemos en este capítulo a la segregación de los cúmulos NGC 1750 y NGC 1758. Como se ha indicado varias veces, los cúmulos presentes en el área de estudio son dispersos y pobres. Su escaso contraste frente a la población de campo y la necesidad de separar no uno, sino dos cúmulos superpuestos espacial y fotométricamente, hace que el problema de segregación sea un aspecto crucial en nuestro caso. Para mejorar la eficacia de la asignación de pertenencia, decidimos combinar toda la información disponible (astrométrica y fotométrica), aplicando un método no paramétrico para la determinación de las funciones de densidad de probabilidad mediante funciones núcleo. Este método no es el usual para tratar la segregación de cúmulos abiertos.

6.1 Probabilidades de pertenencia

La técnica empleada para la separación de cúmulos y campo se basa en el cálculo de probabilidades de pertenencia individuales para las estrellas. El cálculo de estas probabilidades se efectúa de acuerdo con la teoría bayesiana, a partir de las funciones de frecuencias que caracterizan las poblaciones estelares que componen la muestra. Los métodos clásicos evalúan las funciones de frecuencias asumiendo un determinado modelo paramétrico para su perfil. En los apartados siguientes describiremos la aproximación paramétrica clásica al problema de segregación de cúmulo y campo, discutimos los inconvenientes de este método, que lo hacen poco adecuado en nuestro caso, y exponemos el procedimiento empleado por nosotros, basado en la

determinación empírica, no paramétrica, de las funciones de frecuencias. A la vez que describimos los fundamentos matemáticos básicos del proceso, establecemos las definiciones y la notación que se emplearán a lo largo del capítulo.

6.1.1 Formulación general

Consideremos un espacio bidimensional con coordenadas (a, b) , en el que existen dos muestras superpuestas formadas por N_1 y N_2 individuos distribuidos de acuerdo con dos funciones de densidad de probabilidad (fdp) diferentes, $\phi_1(a, b)$ y $\phi_2(a, b)$. La muestras siguen las funciones de frecuencias:

$$\Phi_i(a, b) = N_i \phi_i(a, b), \quad i = 1, 2, \quad (6.1.1)$$

con:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_i(a, b) da db = 1, \quad i = 1, 2. \quad (6.1.2)$$

De acuerdo con la teoría bayesiana, para un individuo que ocupe en el espacio bidimensional la posición (a, b) , la probabilidad de pertenecer a la población i es:

$$P_i(a, b) = \frac{\Phi_i(a, b)}{\sum_{j=1}^2 \Phi_j(a, b)}, \quad i = 1, 2. \quad (6.1.3)$$

La manera usual de abordar el problema de la determinación de pertenencia en cúmulos abiertos es plantearlo en el espacio de movimientos propios, o sea, $(a, b) = (\mu_x, \mu_y)$, llamado *plano cinemático* en este estudio. Se asignan probabilidades individuales de pertenencia a cada estrella de acuerdo con la ecuación 6.1.3, lo que permite seleccionar las estrellas miembro del cúmulo.

6.1.2 Método paramétrico

La mayoría de los estudios de pertenencia en cúmulos abiertos aplican una versión del método clásico Vasilevskis-Sanders (Vasilevskis *et al.* 1958, Vasilevskis *et al.* 1965, Sanders 1971), en el que las funciones de frecuencias en el plano cinemático se modelizan como distribuciones gaussianas bivariadas. Normalmente se asume

una distribución circular para el cúmulo, mientras que el campo se acostumbra a representar mediante una distribución elíptica. Los parámetros del modelo se determinan en un proceso iterativo basado en el método de máxima verosimilitud (Hand 1981).

A lo largo de las últimas décadas se han utilizado multitud de implementaciones distintas de este método. Algunas de ellas implican ligeras simplificaciones (como la eliminación del parámetro de covarianza mediante el uso de ejes principales, Slovak 1977), aunque la mayoría de ellos son versiones mejoradas que incluyen algunos rasgos adicionales, como la consideración de los errores individuales de los movimientos propios (Stetson 1980, Zhao y He 1990), la introducción de una purga rigurosa de *outliers* antes del ajuste del modelo (Cabrera-Caño y Alfaro 1985) o la consideración de la distribución espacial de las estrellas.

Este último punto merece mayor atención. Los cúmulos abiertos se identifican y catalogan, en casi todos los casos, gracias a su concentración espacial: tienen, pues, una densidad superficial de estrellas que los hace destacar en el cielo frente a la distribución de campo. La inclusión de esta información espacial incrementa la distancia estadística entre las poblaciones de campo y de cúmulo. Lo más frecuente es introducir este rasgo en el modelo asumiendo un determinado perfil paramétrico para la distribución de densidad del cúmulo, siguiendo una función gaussiana, exponencial o de King y una distribución plana para el campo (Kozhurina-Platais *et al.* 1995, Zhao y Shao 1994).

6.1.3 Inconvenientes del método paramétrico

Las determinaciones de pertenencia basadas en ajustes paramétricos para la fdp en el plano cinemático están muy extendidas y, en general, se considera que proporcionan las segregaciones de cúmulo y campo más fiables. Pero es necesario tener presentes las suposiciones implícitas y las limitaciones intrínsecas de este método, tal y como señalaron Cabrera-Caño y Alfaro (1990). La formulación paramétrica tradicional asume la existencia de solamente dos poblaciones (cúmulo y campo) y admite que ambos grupos pueden modelizarse de manera adecuada en el plano cinemático mediante funciones gaussianas bivariadas. La gaussiana de cúmulo es circular, modelo que puede ser una buena representación de la fdp del cúmulo si no se llega a resolver la dispersión intrínseca de velocidades del grupo y si no hay diferencias sistemáticas

de precisión entre los dos ejes de movimiento propio en el material observacional. La elección de una función bivariada gaussiana elíptica para la distribución de campo se sabe que es poco realista. La distribución de movimientos propios de las estrellas de campo tiene una estructura intrincada dominada por la combinación del movimiento peculiar del Sol y por la rotación diferencial galáctica. Dependiendo de la dirección de observación y de la precisión de los movimientos propios, pueden surgir varias asimetrías en la distribución, la más evidente de las cuales es la cola en la dirección del antiápex solar (figura 5.9). Además, la distribución de campo real tiene alas más intensas que las predichas por un modelo gaussiano (Marschall y Van Altena 1987).

De cualquier modo, cuando se trabaja con un cúmulo rico, cuya población domina la muestra observada, el modelo asumido para el campo no es crucial para derivar los parámetros del cúmulo. Cuando la población del campo es de un tamaño comparable a la muestra del cúmulo, o cuando (como en nuestro caso) la población dominante es la de campo, entonces los residuos de un campo mal modelizado pueden ser del mismo orden o mayores que la señal del cúmulo, y los cálculos de pertenencia pueden verse severamente afectados.

Estos efectos son evidentes, por ejemplo, en el reconocimiento de las Pléyades por Schilbach *et al.* (1995). Estos autores se enfrentaron a una situación parecida a la nuestra en varios sentidos: observaban en la dirección de Taurus y la población de campo era numéricamente dominante. Tuvieron que aplicar una fdp de campo modelizada como dos funciones gaussianas elípticas independientes sumadas. Aunque este ajuste no era perfecto, resultó suficiente para sus fines, puesto que el movimiento de las Pléyades, al tratarse de un cúmulo muy cercano, se separa muy bien del correspondiente al campo promedio. Otro ejemplo de campo ajustado por más de una gaussiana lo constituye el estudio de estructura galáctica de Soubiran (1992b), que modelizó la población de campo en la dirección del polo norte galáctico por medio de una suma de tres distribuciones gaussianas.

En nuestro caso, como se deduce de los análisis preliminares efectuados al final del capítulo 5, el movimiento propio de los cúmulos está cercano al máximo de la distribución de campo (las distancias a este máximo son menores que 3 mas yr^{-1}), y estos cúmulos no son tan ricos como las Pléyades: una modelización del campo lo más correcta posible es crucial para nosotros.

Nuestro primer propósito fue usar un método paramétrico clásico basado en Vasilevskis-Sanders, incorporando algunas modificaciones. El cambio más obvio

radicaba en la inclusión no de una, sino de dos gaussianas bivariadas circulares para modelizar los dos cúmulos presentes en la zona. Para mejorar el contraste de los cúmulos frente al campo, limitamos la muestra a las estrellas más brillantes, y las estrellas con errores del movimiento propio mayores que 2.5 mas yr^{-1} fueron omitidas. Asumir un modelo para el campo constituido por sólo una función elíptica gaussiana demostró ser muy insatisfactorio. Al aplicar semejante modelo, una de las dos gaussianas circulares ideadas para representar los cúmulos se desplazaba en sucesivas iteraciones y pasaba a complementar la distribución de campo, indicando que el modelo de campo era, a todas luces, inadecuado.

Se añadió una segunda gaussiana elíptica al modelo de campo. En este momento, el proceso involucraba el ajuste de cuatro distribuciones gaussianas simultáneamente. La convergencia era inestable, con distribuciones circulares (de cúmulo) migrando hacia el campo y viceversa. Los resultados eran muy dependientes de los valores iniciales de los parámetros y de las limitaciones de la muestra tanto en brillo como en error del movimiento propio. Se llevaron a cabo pruebas con la intención de ajustar las dos gaussianas de campo en las zonas de las placas donde no es de esperar la presencia de miembros de los cúmulos y, con esas distribuciones fijadas, determinar las dos distribuciones circulares de los cúmulos mediante un segundo ajuste en la zona adecuada de las placas. La pobreza de los resultados obtenidos nos movió a optar por un método totalmente distinto: la determinación empírica de las funciones de densidad de probabilidad utilizando funciones núcleo.

6.1.4 Método no paramétrico

Cabrera-Caño y Alfaro (1990) propusieron un método no paramétrico de segregación de cúmulos abiertos. La idea clave es efectuar una determinación empírica de las fdp sin depender de ninguna suposición previa sobre sus perfiles. Al tratarse de un método general, puede implementarse tanto en el plano cinemático como en otros planos observacionales. Describimos a continuación nuestra implementación específica de dicho método.

Para una muestra de N individuos distribuidos en un espacio bidimensional con coordenadas (a, b) , es posible tabular la función de frecuencias $\Phi(a, b)$ evaluando la densidad local observada en cada punto de una red de $n_a \times n_b$ puntos extendida sobre toda la región de interés en el espacio. Si la red es lo bastante densa, la función

empírica de frecuencias $\{\Psi(a_i, b_j); i = 1, \dots, n_a; j = 1, \dots, n_b\}$ será equivalente, a todos los efectos prácticos, a la verdadera $\Phi(a, b)$.

La manera más sencilla de estimar la densidad local alrededor de un punto (a_i, b_j) consiste en centrar en el mismo una ventana circular transparente de radio r , contar todos los individuos contenidos en la ventana y dividir el resultado entre el área del círculo, πr^2 . La técnica de estimación mediante funciones núcleo (Hand 1982) no es más que una generalización de esta idea. En lugar de una ventana circular transparente de borde abrupto, este método emplea una ventana de forma arbitraria y de transparencia decreciente de manera progresiva desde el centro hacia el exterior según un perfil definido descrito por la llamada *función núcleo*, $K(a, b)$. El valor de la función núcleo actúa a modo de un peso aplicado a los individuos vistos a través de la ventana cuando se procede a contarlos. La división entre el área efectiva de la ventana se incorpora automáticamente en el proceso si la función núcleo está normalizada:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K(a, b) da db = 1.$$

Así, la ventana circular de borde abrupto puede considerarse una función núcleo que, centrada en el punto (a_i, b_j) , tiene la forma:

$$K(a, b) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2} & \text{si } [(a - a_i)^2 + (b - b_j)^2] < r^2 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

En principio, las funciones núcleo pueden ser de forma arbitraria, pero para la mayoría de aplicaciones se prefieren funciones radialmente simétricas. En este trabajo empleamos núcleos normales circulares de la forma:

$$K(a, b) = \frac{1}{2\pi h^2} \exp \left[\frac{-1}{2} \frac{(a - a_i)^2 + (b - b_j)^2}{h^2} \right].$$

En estas condiciones, nuestra función empírica de frecuencias Ψ se expresa, para cada punto $\{(a_i, b_j); i = 1, \dots, n_a; j = 1, \dots, n_b\}$ de la red:

$$\Psi(a_i, b_j) = \sum_{k=1}^N K(a_k, b_k),$$

donde (a_k, b_k) son las coordenadas del k -ésimo individuo de la muestra observada.

El parámetro h (dispersión gaussiana) actúa como el radio efectivo de la ventana, y se acostumbra a llamar *parámetro de suavizado*. Un valor grande de h elimina los detalles finos de la función verdadera de frecuencias, mientras que un h pequeño conduce a un resultado ruidoso, debido al bajo número efectivo de individuos contenidos en la ventana de la función núcleo. Las funciones empíricas de frecuencias $\Psi(a_i, b_j)$ y verdadera $\Phi(a, b)$ coincidirían en el límite $h \rightarrow 0$, pero este valor no puede emplearse a no ser que se disponga de una muestra formada por un número infinito de individuos $N \rightarrow \infty$. Existen varios criterios para elegir el valor óptimo de h para una muestra dada. Al igual que Chen *et al.* (1997), hemos seguido la regla de Silverman (1986), la cual, para núcleos circulares, da:

$$h = \left(\frac{4}{d+2} \right)^{1/(d+4)} \sigma N^{-1/(d+4)}, \quad (6.1.4)$$

donde d es la dimensión del espacio (en nuestro caso, $d = 2$), y σ es la varianza marginal media, definida como $\sigma^2 = \sum \sigma_i^2 / d$, donde $\sigma_i (i = 1, \dots, d)$ son las desviaciones estándar de las coordenadas de la muestra observada.

Es inmediato transformar la función empírica de frecuencias $\Psi(a_i, b_j)$ en la correspondiente función empírica de densidad de probabilidad $\psi(a_i, b_j)$ sin más que normalizar a volumen unidad:

$$\psi(a_i, b_j) = \Psi(a_i, b_j) \left[\sum_{k=1, m=1}^{n_a, n_b} \Psi(a_k, b_m) \Delta a \Delta b \right]^{-1},$$

donde Δa y Δb son los tamaños de las celdas de la red.

6.2 Funciones empíricas de frecuencias

El método empírico descrito en el apartado anterior fue aplicado al catálogo astrométrico y fotométrico obtenido en el capítulo 5. Como la formulación es general, no nos restringimos al plano cinemático (μ_x, μ_y) . Con la intención de incrementar la distancia estadística entre las poblaciones, tratamos de un modo análogo también

los planos espacial (x, y) y fotométrico $(R, B-R)$. Consideramos la existencia de *dos* poblaciones superpuestas en cada plano observacional. Una de ellas es la población de *campo*, en tanto que la otra es la población *no-de-campo* o de *cúmulos*, la cual comprende todos los cúmulos presentes en la zona estudiada. De este modo no estamos introduciendo ninguna suposición sobre el número de cúmulos existentes.

El método se aplicó de manera separada en cada plano, de acuerdo con la formulación bidimensional del apartado 6.1. Podríamos haber optado por un espacio general n -dimensional, combinando todas las variables y siguiendo una formulación n -dimensional del método de estimación mediante funciones kernel (por ejemplo, Chen *et al.* 1997 y sus referencias). Pero, al igual que Cabrera-Caño y Alfaro (1990), preferimos mantener separados los distintos planos observacionales. La consecuencia práctica más evidente surge al combinar las probabilidades de pertenencia obtenidas en los tres planos, porque el producto de estas cantidades no puede identificarse con una probabilidad global de pertenencia (lo sería sólo en caso de que las variables fueran independientes).

Las operaciones descritas en este apartado se pusieron a prueba con varias submuestras del catálogo, aplicando diferentes limitaciones en magnitud, movimiento propio y error del movimiento propio. Los resultados finales se exponen para una submuestra limitada del modo siguiente:

- límite en movimiento propio: $\sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \leq 6 \text{ mas yr}^{-1}$
- límite en error del movimiento propio: $\sqrt{\sigma_{\mu x}^2 + \sigma_{\mu y}^2} \leq 2.5 \text{ mas yr}^{-1}$
- límite en magnitud: $R \leq 15 \text{ mag}$

Además, y para evitar efectos de borde debidos a la desigual superposición de las placas, y para limitar la importancia de la población de campo, la región estudiada está contenida en un círculo centrado en la zona de cúmulos y con radio $45'$. El conjunto de estrellas resultante, llamado *muestra seleccionada* a partir de ahora, contiene 1221 estrellas. Tal y como demuestran los análisis preliminares efectuados en el capítulo 5, el límite elegido para el movimiento propio contiene el intervalo en el que es de esperar encontrar miembros de los cúmulos. Muy pocas estrellas tienen errores mayores que el límite de error establecido en el intervalo de magnitudes seleccionado. El límite de magnitud podría parecer demasiado drástico, ya que catálogo

original alcanza hasta $R = 18$ mag. Sin embargo, es bien sabido que la población de campo crece exponencialmente con la magnitud, en tanto que las funciones de luminosidad de bastantes cúmulos abiertos lo hacen más lentamente o incluso se vuelven planas hacia el extremo débil, y éste parece ser nuestro caso (apartado 7.4). El crecimiento continuo con la magnitud de los errores observacionales y del número de estrellas de campo acaba ocultando los cúmulos en los intervalos de estrellas débiles. Para superar esta dificultad sería necesario mejorar las precisiones de los movimientos propios. Nuestro límite de $R = 15$ mag es una buena solución de compromiso entre profundidad fotométrica y fiabilidad de la segregación obtenida.

6.2.1 Plano cinemático: movimientos propios

El plano cinemático es el más importante en nuestro estudio, porque permite la mejor segregación de campo y cúmulos y, a la vez, los cúmulos detectados se separan claramente el uno del otro. Fijamos un tamaño de celda para la red de 0.08 mas yr^{-1} , muy por debajo del error típico de las medidas de movimiento propio. Este valor proporciona una red de 151×151 celdas en el intervalo de $12 \text{ mas yr}^{-1} \times 12 \text{ mas yr}^{-1}$ abarcado por la muestra seleccionada.

Al aplicar la función núcleo, la función empírica de frecuencias resultante Ψ_{c+f}^k contiene la suma de las dos poblaciones subyacentes: $\Psi_{c+f}^k = \Psi_c^k + \Psi_f^k$, donde ‘c’ significa ‘cúmulos’, ‘f’ ‘campo’ y ‘k’ marca el plano cinemático. Para conocer Ψ_c^k , es necesario descomponer Ψ_{c+f}^k estimando la contribución de campo.

Chen *et al.* (1997) se enfrentaron a un problema parecido en su espacio tetradiimensional, y asumieron un perfil paramétrico (gaussiano) para la función de frecuencias del campo. Chen *et al.* (1998) optaron por sustraer la contribución del campo estimándola a través de las predicciones proporcionadas por un modelo de Galaxia. En nuestro caso, los análisis preliminares de la muestra realizados mostraron que la zona cubierta por las placas abarca bastante espacio en el que las contribuciones de los cúmulos son despreciables. Aprovechando esta situación y haciendo la suposición adicional de que la fdp del campo en el plano cinemático no varía significativamente en la zona estudiada, pudimos proceder como se describe a continuación.

Consideramos que la población de los cúmulos está contenida en un círculo de radio $\rho = 25'$, centrado en la zona de densidad estelar máxima. Las exploraciones

